

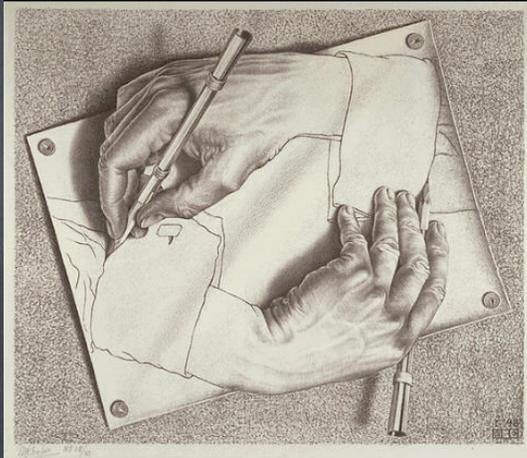
# Programación Funcional

José Manuel Gómez Soto  
Universidad La Salle

CONACICO-2009  
UAZ Campus-Jalpa

# Conceptos

Recursividad



Programación  
Funcional

$$f(g(h(x)))$$

Cálculo Lambda



Procesamiento simbólico

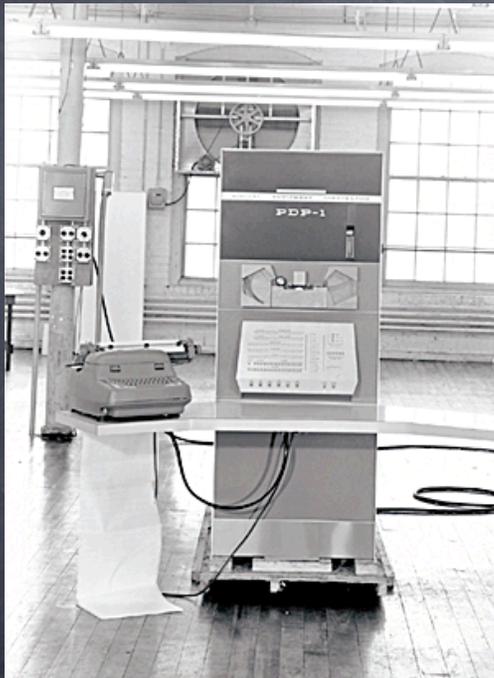
$$f(x) = 2x^3$$

$$f'(x) = 6x^2$$

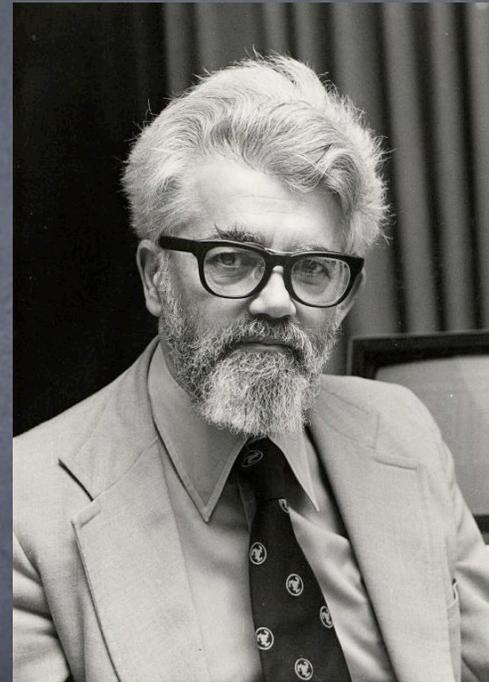
# Lisp

(LIST Processing)

Lisp fue inventado a finales de los in 50s como un formalismo para analizar ciertos tipos de modelos computacionales llamdos ecuaciones recursivas.



PDP-1



John McCarthy

J. McCarthy: Recursive Functions of Symbolic Expressions and their Computation by Machine. MIT AI Lab., AI Memo No. 8, Cambridge March 1959.

# Las ideas detrás de Lisp

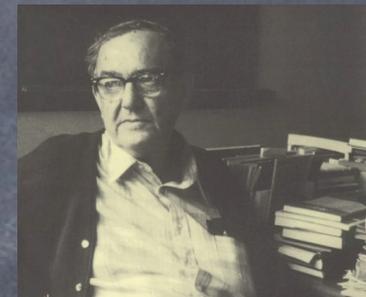
## Cálculo Lambda



Alonzo Church

## Sistemas simbólicos físicos

En algún nivel de la abstracción humana los procesos del pensamiento pueden ser modelados como relaciones entre símbolos.



Hebert Simons



Allen Newell

# expresiones primitivas

- ① Números
- ① Operadores

# Expresiones y procedimientos primitivos

Expresiones que representan

números: 512, -3.5, 1.2e5, ...

cadenas: "esto es una cadena",  
"esta es otra cadena con  
^&\*(((^".

Valores booleanos: #T, #f.

# Expresiones y procedimientos primitivos

Expressions primitivas para  
manipular datos primitivos.

números: `+`, `-`, `*`, `/`, `>`, `<`, `>=`, `<=`, `=`.

cadenas: `string-length`, `string=?`

valores booleanos: `and`, `or` y `not`.

# Combinaciones

Las expresiones que representan números pueden combinarse con una expresión que representa un procedimiento primitivo para formar una expresión compuesta.

⇒(+ 137 349) ←

Operator

Operandos

Los paréntesis delimitan el alcance del operador

# Ejemplos:

$$\begin{array}{l} >(+ 137 349) \\ 486 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} >(- 1000 334) \\ 666 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} >(* 5 99) \\ 495 \end{array}$$

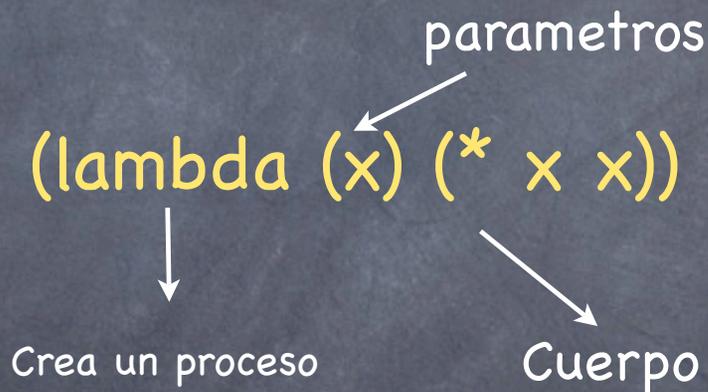
$$\begin{array}{l} >(/ 10 5) \\ 2 \end{array}$$



Expresión lambda  
Expresiones Anónimas

# Expresiones Lambda

En Scheme se definen los procedimientos mediante una expresion LAMBDA



# Expresiones Lambda

En Scheme se definen los procedimientos mediante una expresion LAMBDA

con un argumento llamado x

(lambda (x) (\* x x))

↓  
Crea un proceso

↘  
El cuerpo captura el patron comun de un procedimiento\*

# Expresiones Lambda

En Scheme se definen los procedimientos mediante una expresion LAMBDA

con un argumento llamado x

(lambda (x) (\* x x))

↓  
Crea un proceso

↓  
Que consiste en multiplicar x por x

# Expresiones Lambda

En Scheme se definen los procedimientos mediante una expresion LAMBDA

con un argumento llamado x

`(lambda (x) (* x x))`

↓  
Crea un proceso

↘  
Que consiste en multiplicar x por x

Dado un valor de x regresa el  
producto del valor por si  
mismo

# Expresiones Lambda

En Scheme se definen los procedimientos mediante una expresión LAMBDA

con un argumento llamado x

`(lambda (x) (* x x))`

↓  
Crea un proceso

↘  
Que consiste en multiplicar x por x

Note que la expresión Lambda es una forma especial

# Expresión Lambda

Como ejecutamos un  
procedimiento creado por la  
expresión lambda?

Mediante una combinación  
(operador op1 op2 op3...op4)

# Expresión Lambda

Como ejecutamos un  
procedimiento creado por la  
expresión lambda?

Mediante una combinación  
(procedimiento argumentos)

# Expresión Lambda

Como ejecutamos un  
procedimiento creado por la  
expresión lambda?

Mediante una combinación

(+ 30 20 100)

# Expresión Lambda

Como ejecutamos un procedimiento creado por la expresión lambda?

Mediante una combinación

```
((lambda (x) (* x x)) 5)
```

¿Cuáles son los  
procedimientos de  
primera clase

# Procedimientos de primera clase

- ① Pueden ser nombrados.
- ① Pueden ser argumentos de otros procedimientos
- ① Pueden ser devueltos como resultado de otro procedimiento
- ① Procedimientos almacenados en estructuras de datos

Los procedimientos  
pueden ser nombrados

Abstracción

# Pueden ser nombrados

```
(define cuadrado  
  (lambda (x) (* x x)))
```

```
(define cubo (lambda  
  (x) (* x x)))
```

# Pueden ser nombrados

```
(define (cuadrado x) (* x x))
```

```
(define (cubo x) (* x x x))
```

```
> (cuadrado 345453)
```

```
119337775209
```

```
> (cubo 234423223)
```

```
12882551812201559376190567
```

Procedimientos como  
argumentos de otros  
procedimientos

# Como argumentos de otros procedimientos

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5\dots$$

## PROCEDIMIENTO RECURSIVO

SUMA EL PRIMER TERMINO DE LA SERIE A  
LA SUMA DEL RESTO DE LOS ELEMENTOS DE  
LA SERIE

# Como argumentos de otros procedimientos

1 + 2 + 3 + 4 + 5...

A

B

```
(define (suma-enteros a b)
  (if (> a b)
      0
      (+ a (suma-enteros (+ a 1) b))))
```

# Como argumentos de otros procedimientos

1 + 4 + 9 + 16 + 25...

A

B

```
(define (suma-cuadrados a b)
  (if (> a b)
      0
      (+ (cuadrado a) (suma-enteros (+ a 1) b))))
```

# Como argumentos de otros procedimientos

```
(define (suma-enteros a b)
  (if (> a b)
      0
      (+ a (suma-enteros (+ a 1) b))))
```

```
(define (suma-cuadrados a b)
  (if (> a b)
      0
      (+ (cuadrado a) (suma-enteros (+ a 1) b))))
```

```
(define (suma a b termino siguiente)
  (if (> a b)
      0
      (+ (termino a) (suma (siguiente a) b termino siguiente))))
```

# Como argumentos de otros procedimientos

```
(suma 1 100 (lambda(x) x) (lambda(x) (+ x 1)))
```

```
(suma 1 100 (lambda(x) (* x x)) (lambda(x) (+ x 1)))
```

Pueden ser devueltos  
como resultado de otro  
procedimiento

# Devueltos como resultado de otros procedimientos

$$f(x) = 2x^3$$

```
(derivada (lambda(x) (* 2 (* x x x))))  
#<procedure>
```

# Devueltos como resultado de otros procedimientos

La derivada de  $f(x) = 2x^3$  evaluada en 5

```
((derivada (lambda(x) (* 2 (* x x x))) 5)
```

# Devueltos como resultado de otros procedimientos

$$f'(x) = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{f(x + dx) - f(x)}{dx}$$

```
(define (derivada f)
  (lambda(x) (/ (- (f (+ x dx)) (f x)) dx)))
```

```
(define dx 0.0001)
```

Procedimientos  
almacenados en  
estructuras de datos

# Almacenados en estructuras de datos

Tabla de procedimientos

```
(define proc (list (cons 'cuadrado (lambda(x) (* x x)))  
                  (cons 'cubo (lambda(x) (* x x x)))  
                  (cons 'seno (lambda(x) (sin x)))))
```

```
> proc  
((cuadrado . #<procedure>)  
 (cubo . #<procedure>)  
 (seno . #<procedure>))
```

# Almacenados en estructuras de datos

```
(define (ejecuta lista proceso x)
  (cond ((null? lista) (display "procedimiento no
                             almacenado"))
        ((eq? (car (car lista)) proceso)
         ((cdr(car lista)) x))
        (else (ejecuta (cdr lista) proceso x))))
```

# Almacenados en estructuras de datos

(ejecuta proc 'cubo 34234322)

40122242055438883554248

# Procedimientos de primera clase

- ① Pueden ser nombrados.
- ① Pueden ser argumentos de otros procedimientos
- ① Pueden ser devueltos como resultado de otro procedimiento
- ① Procedimientos almacenados en estructuras de datos

# Procesamiento simbólico

$$\frac{dc}{dx} = 0$$

$$\frac{dx}{dx} = 1$$

$$\frac{d(u + v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d(uv)}{dx} = u \left( \frac{dv}{dx} \right) + v \left( \frac{du}{dx} \right)$$

# Procesamiento simbólico

$$\frac{dc}{dx} = 0$$

(define (derivada exp var)

(cond

((espresion-es-numero?) ..)

((espresion-es-variable?) ..)

((espresion-es-suma?) ..)...

((espresion-es-producto?) ..))

$$\frac{dx}{dx} = 1$$

$$\frac{d(u + v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d(uv)}{dx} = u \left( \frac{dv}{dx} \right) + v \left( \frac{du}{dx} \right)$$

# Procesamiento simbólico

Expresión-es-número

$$\frac{dc}{dx} = 0$$

((number? exp) 0)

# Procesamiento simbólico

$$\frac{dx}{dx} = 1$$

```
((variable? exp)  
(if (misma-variable? exp var) 1 0))
```

# Procesamiento simbólico

$$\frac{d(u + v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

((suma? exp)  
(crea-suma (derivada (primersumando exp) var)  
(derivada (segundosumando exp) var)))

# Procesamiento simbólico

$$\frac{d(uv)}{dx} = u \left( \frac{du}{dx} \right) + v \left( \frac{dv}{dx} \right)$$

```
((producto? exp)
(crea-suma (crea-producto (primermultiplicador exp)
                          (derivada (segundomultiplicador exp) var))
(crea-producto (segundomultiplicador exp)
                (derivada (primermultiplicador exp) var))))
  (else
   (error "expresion desconocida"))))
```

# Procesamiento simbólico

```
(define (derivada exp var)
  (cond ((number? exp) 0)
        ((variable? exp)
         (if (misma-variable? exp var) 1 0))
        ((suma? exp)
         (crea-suma (derivada (primersumando exp) var)
                    (derivada (segundosumando exp) var)))
        ((producto? exp)
         (crea-suma (crea-producto (primermultiplicador exp)
                                   (derivada (segundomultiplicador exp) var))
                    (crea-producto (segundomultiplicador exp)
                                   (derivada (primermultiplicador exp) var))))
        (else
         (error "expresion desconocida"))))
```

¿Qué sigue?

ML

Haskell

Mathematica

# Contacto



Dr. José Manuel Gómez Soto  
Posgrado e Investigación  
Universidad la Salle  
México

[www.ci.ulsa.mx/~jmgomez](http://www.ci.ulsa.mx/~jmgomez)  
[jmgomezgoo@gmail.com](mailto:jmgomezgoo@gmail.com)