Pensamiento Algebraico

GUÍA DE PARA LOS ASPIRANTES A LA MME-2015

Temas:

- Definición, operaciones y propiedades de:

  Números Naturales
  Números Enteros
  Números racionales
  Números irracionales
  Números complejos
  Polinomios
  Matrices

- Algoritmo de la división y propiedades de divisibilidad de números enteros
- Sistemas de ecuaciones lineales y métodos de solución.

Problemario.

I. Resuelve la siguientes operaciones:

a) $-148-7-3\left\{-2\left[24+2\left[-15+19-7\right]+\left[-12\left(-31-10-26+11\right)\right]\right]\right\}=$

b) $-1+4\left[-1\left(13+10-3\right)+2\right]-3\left(-1-4+7\left(-31+9-24+3\right)\right)4=$

c) $$\frac{\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\right)-\frac{4}{3}\left(5-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{5}}{\left[2+\left(-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{7}\right)\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}-\frac{2}{9}\right)\right]\left(-\frac{1}{3}\right)}=$$

d) $15-4+7(12+3-17)+9=$

d) $$\frac{\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{5}-\frac{4}{3}\left(5-\frac{1}{4}\right)}{\left[-2+\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}-\frac{2}{9}\right)\right]}=$$

II. Dados los siguiente pares de números enteros ***a*** y ***b*** ***,*** encuentra el ***q*** y el ***r*** que hagan cierta la igualdad ***a = bq + r*** donde $0 \leq r < |b|$

$a)\ a = 26433,\ b = 12$ $\quad c)\ a = -5146,\ b = -24$

$b)\ a = -24271,\ b = 63$ $\quad d)\ a = 7527,\ b = -41$

III. Encuentra el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números.

a) a =-850, b = 1680
b) a = -102, b = -3215

IV. Dados los Siguientes polinomios realiza las operaciones que se indican

$$p(x) = 2x^4 - 3x^3 - x + 2, \qquad g(x) = -5x^3 + x^2 - x + 1, \qquad h(x) = x^5 - x^4 + 5x^3 - x + 1,$$

$$s(x) = 2x^3 - 3x^4 + x^2 + 1, \qquad f(x) = x^2 + 5x + 1, \qquad t(x) = x^4 - 3x^2 + 6x - 1$$

$a)\ 2p(x) - 3g(x) \qquad b)\ h(x)f(x) - 2t(x) \qquad c)\ -p(x)s(x) + 4g(x) \qquad d)\ [f(x)]^2 - s(x)$

V. Calcula el valor de ***p(x)*** en el ***c*** que se indica

$a)\ p(x) = 3x^3 - 26x^2 + 34x - 12 \qquad c_1 = \frac{2}{3} \quad c_2 = 1$

$b)\ p(x) = x^5 + 5x^4 - 26x^3 - 97x^2 - 101x - 70 \qquad c_1 = 2,\ c_2 = -2\ ,\ c_3 = 5$

VI. Si $Z_1 = -5 \quad Z_2 = 1 - i,\ y\ \ Z_3 = -4i$ Calcula:

$$Z_2 \overline{Z_3} + 5Z_1$$

VII. Realiza el cálculo que se indica en cada inciso, sabiendo que:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 4 \\ -7 & 5 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) ***A − 2B*** b) ***2BC*** c) ***AC − 3D***

VIII. Si es el caso, encuentra la solución general y da una solución particular del siguiente sistema de ecuaciones, o bien, determina si no tiene solución o qué tipo de solución se presenta.

$$\begin{aligned}
&x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 + x_5 = 7\\
&-x_1 + 10x_3 - 3x_4 - 4x_5 = -16\\
&2x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 4x_4 - x_5 = 2\\
&4x_1 + 11x_2 - 7x_3 - 10x_4 - 2x_5 = 7
\end{aligned}$$

IX. Construye un polinomio cuyo valor en $c_1 = 0,\ c_2 = 2+i,\ y\ \ c_3 = 2-i$ sea igual a cero y que tome el valor de ***1*** $c_4 = -1$ y ***-1*** en $c_5 = 1$.

X. La organización de los resultados de un torneo de tenis se hace siguiendo lo que se explica a continuación:

Cada uno de los ***n*** participantes juega contra cada uno de los otros ***n-1*** y los resultados se registran en una matriz ***A*** de orden ***nxn*** de la siguiente manera:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & si\ el\ i-ésimo\ \ jugador\ vence\ al\ \ j-ésimo\ \ jugador \\ 0 & si\ el\ i-ésimo\ \ jugador\ \ pierde\ ante\ el\ \ j-ésimo\ \ jugador \\ 0 & si\ \ i=j \end{cases}$$

Finalmente al ***i-ésimo*** jugador se le asigna la puntuación que se obtiene de la siguiente fórmula:

$$S_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left(a^2\right)_{ij}$$

Donde $\left(a^2\right)_{ij}$ es la ij-ésima entrada de la matriz $AA = A^2$.

1. Construya la matriz que corresponda a un torneo de 4 participantes
2. Esta es la matriz que describe los resultados de un torneo de 6 participantes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) ¿Qué lugar ocupó el jugador número 3?
b) ¿Qué jugador ocupó el primer lugar?
c) ¿Qué jugador ocupó el último lugar?