TEMARIO

LOS ASPIRANTES PODRÁN ELEGIR EVALUARSE EN SÓLO DOS ÁREAS DE LAS ESTABLECIDAS EN ESTA GUÍA.

GEOMETRÍA ANALÍTICA

Recta

1. Plano cartesiano y trazo de segmentos
- División de segmento
- Punto medio
2. Distancia entre dos puntos
3. Pendiente de una recta
- Ángulo de inclinación de una recta
- Ángulo entre dos rectas
- Rectas paralelas
- Rectas perpendiculares
4. Ecuación de la recta en sus diferentes formas:
- Punto-pendiente
- Pendiente-ordenada al origen
- General
- Simétrica
5. Distancia de un punto a una recta.
6. Problemas de lugares geométricos que la involucren.

Circunferencia

1. Elementos de la Circunferencia
- Centro, radio, diámetro, cuerda, recta tangente, recta secante
2. Ecuación de la circunferencia en sus diferentes formas:
- Ordinaria, canónica, general.
3. Problemas de lugares geométricos que la involucren.

Parábola

1. Elementos de la parábola
- Foco, directriz, vértice, lado recto, magnitud del parámetro “p”
2. Ecuación de la parábola en sus diferentes formas:
- Ordinaria, canónica, general
3. Problemas de lugares geométricos que la involucren.

Elipse

1. Elementos de la elipse
- Focos, vértices, centro, ejes mayor y menor, excentricidad.
2. Ecuación de la elipse en sus diferentes formas:
- Ordinaria, canónica y general.
3. Problemas de lugares geométricos que la involucren.

Hipérbola

1. Elementos de la hipérbola
- Focos, vértices, centro, lado recto, eje transverso, eje conjugado, excentricidad.
2. Ecuación de la hipérbola en sus diferentes formas:
- Ordinaria, canónica y general.

Problemas de lugares geométricos que la involucren

ÁLGEBRA	
Operaciones y propiedades de: • Números Naturales. • Números Enteros. • Números racionales. • Números irracionales. Polinomios • Valor numérico de un polinomio. • Raíces de un polinomio de n-ésimo grado.	Teorema del factor y teorema del residuo. • Cálculo de raíces de polinomios de n-ésimo grado. • La ecuación lineal, la cuadrática, la cúbica y la de grado cuatro. • Búsqueda de raíces enteras y racionales. • Teorema fundamental del álgebra. • Raíces reales. Regla de los signos de Descartes

TRIGONOMETRÍA	
1. Las funciones trigonométricas 1.1 Trigonometría del triángulo rectángulo 1.2 Ángulos y arcos 1.3 Las funciones trigonométricas (Seno, Coseno, Tangente, Cotangente, Secante y Cosecante) 1.4 Gráfica de las funciones trigonométricas.	2. Identidades trigonométricas 2.1 Identidades trigonométricas 2.2 Leyes de suma 2.3 Fórmulas de ángulos dobles y de medio ángulo 2.4 Funciones trigonométricas inversas. 2.5 Ecuaciones trigonométricas. 3. Aplicaciones de la trigonometría 3.1 Ley de los senos 3.2 Ley de los cosenos 3.3 Aplicaciones de la trigonometría

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL (ESTA SE PUEDE CONSIDERAR POR SEPARADO)	
Funciones. a) Dominio, Rango, Diferentes representaciones y el tránsito entre ellas. b) Características y propiedades de funciones. Continuidad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, biyectividad, inversibilidad. c) Operaciones y transformaciones gráficas de funciones.	d) Modelación con funciones. Modelos lineales y no lineales. e) Herramientas para el análisis del comportamiento de funciones. Límite, continuidad, derivada, puntos de inflexión, concavidades, máximos y mínimos. **f)** Derivada y sus aplicaciones. **g)** Integral y sus aplicaciones.

ESTADÍSTICA	
Conceptos básicos de estadística: Definición de estadística, Inferencia estadística, Población, Muestra aleatoria, Parámetros aleatorios, Enfoque clásico. Descripción de datos: Datos agrupados y no agrupados, Frecuencia de clase, Frecuencia relativa, Punto medio, Límites, Histograma, Histograma de frecuencia relativa. Medidas de tendencia central: Media aritmética, geométrica y ponderada, Mediana, Moda. Medidas de dispersión: Varianza,	Desviación estándar, Desviación media, Desviación mediana, Rango. Parámetros para datos agrupados. La media, La desviación típica. Distribución de frecuencias: Distribuciones numéricas, Distribuciones categóricas, Distribuciones acumuladas. Técnicas de agrupación de datos. Límites de clase, Rango de clase, Fronteras de clase, Marca de clase, Intervalo de clase, Diagramas. Histogramas. Polígonos de frecuencia. Ojivas, gráficas circulares. Distribuciones muestrales.

PROBABILIDAD	
Teoría elemental de probabilidad. Concepto clásico y como frecuencia relativa, Interpretación subjetiva de la probabilidad. Probabilidad de eventos. Definición de espacio muestral, discreto y continuo, Definición de evento, Simbología, uniones e intersecciones, Diagramas de Venn. Técnicas de conteo. Diagrama de árbol, Notación factorial, Permutación, Combinaciones, Teorema del Binomio. Probabilidad con técnicas de conteo.	Aplicación del concepto clásico de probabilidad, Ejercicios de permutación, Ejercicios de combinaciones, Axiomas, Teoremas. Probabilidad condicional. Dependiente, Independiente. Ley multiplicativa. Cálculo de probabilidad de eventos, Conjuntos, Problemas de eventos independientes, Eventos dependientes, Diagramas de árbol. Eventos Independientes.

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS	
1. Conceptos Básicos 1.1 Modelos matemáticos básicos. 1.2 Solución de una ecuación diferencial. 1.3 Clasificación de las ecuaciones diferenciales. 1.4 Campo de direcciones: Isóclinas. 2. Ecuaciones diferenciales de 1er orden y sus aplicaciones 2.1 Variables separables. 2.2 Ecuaciones Homogéneas. 2.3 Ecuaciones Exactas y factores integrantes. 2.4 Ecuaciones lineales. 2.5 Ecuaciones de Bernoulli, Ricatti y Clairaut.	2.6 Aplicaciones: (Movimiento rectilíneo, crecimiento de población, reacciones químicas, trayectorias ortogonales.) 3. Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior y sus aplicaciones. 3.1 Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes. 3.2 Dependencia e independencia lineal de soluciones. 3.3 Coeficientes indeterminados 3.4 Variación de parámetros. 3.5 Aplicaciones: (vibraciones mecánicas, circuitos RLC, sistemas amortiguados, subamortiguados y sobreamortiguados, vibraciones forzadas y resonancia.)

BIBLIOGRÍA SUGERIDA

Geometría

1. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica. México: Limusa.
2. Steen, F., Ballou, D. (1985). Geometría Analítica. México: Publicaciones Culturales, S.A. de C.V.

Álgebra

1. Uspensky J. V., Teoría de Ecuaciones, Ed. Limusa, México, 1995.
2. Kurosh, A. G., Álgebra Superior, Ed. Mir Moscú.
3. Cárdenas, Iluis, Raggi, Tómas, Álgebra Superior, Ed.Trillas, México,1982.

Trigonometría

1. Fleming, W. & Varberg D. (1991). Algebra y Trigonometría con geometría analítica (tercera edición). México: Prentice Hall.
2. Peterson, J. C. (2005). Matemáticas básicas: Álgebra, Trigonometría y geometría analítica (segunda edición). México: CECSA.

Cálculo Diferencial e Integral

1. Cálculo Aplicado (Segunda Edición, 2002). Stefan Waner y Steven R. Costenoble. Editorial Thomson Learning.
2. Funciones. Significados y Representaciones (2012). Eddie Aparicio, Landy Sosa y Martha Jarero. Ediciones de la Universidad Autónoma de Yucatán.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1. Zill, Dennis G. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Editorial Pearson.
2. Boyce, W. E. y Di Prima, R. C. Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera. Noriega Limusa.

Probabilidad y Estadística

1. R. E. Walpole, R.H. Myers. Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Interamericana.
2. Irwin R. Miller, John E. Freud, Richard Jhonston. Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Prentice Hall.
3. Richard I. Levin, David s. Rubin. Estadística para Administradores. Prentice Hall.
4. Murria Spiegel, John Schiller, R. Alu Srinivasan. Probabilidad y Estadística. Mc. Graw - Hill.
5. Paul L. Meyer. Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas. Fondo Educativo Interamericana.

PROBLEMARIO

1. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $-148-7-3\{-2[24+2[-15+19-7]+[-12(-31-10-26+11)]]\}=$

b) $-1+4[-1(13+10-3)+2]-3(-1-4+7(-31+9-24+3))4=$

c) $$\frac{\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\right)-\frac{4}{3}\left(5-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{5}}{\left[-2+\left(-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{7}\right)\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}-\frac{2}{9}\right)\right]\left(-\frac{1}{3}\right)}=$$

2. Demuestra las siguientes propiedades

a. Probar que el producto de tres números consecutivos es múltiplo de ***6***
b. Para todo número entero $\boldsymbol{n}$, el producto $\boldsymbol{n^2(n^2-1)}$ es múltiplo de ***4***
c. Se dice que dos números enteros son de la misma paridad si ambos son pares o ambos son impares. Demostrar que la suma y diferencia de dos números enteros cualesquiera son de la misma paridad.
d. Demostrar que si $ac|bc$, entonces $a|b$
e. Probar que $4 \mid (n^2+2)$para todo número entero $\boldsymbol{n}$
f. Probar que si $a|bc$ y $m.c.d.(a,b)=1$ entonces $a|c$
g. Demostrar que la suma de cualesquier 3 potencias consecutivas 2013 es múltiplo de 7
h. Demostrar que la suma de cualesquier 4 potencias consecutivas 2013 es múltiplo de 5

3. Dados $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ números enteros, encuentra los enteros $\boldsymbol{q}$ y $\boldsymbol{r}$ tales que $\boldsymbol{a = bq + r}$ con $0 \le r < |b|$

a) $a=26433,\quad b=12$ c) $a=-5146,\quad b=-24$
b) $a=-24271,\quad b=63$ d) $a=7527,\quad b=-41$

4. Encuentra el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números, usando su factorización en números primos. Escribe cuántos divisores tiene cada uno y cuántos divisores tienen en común.

a) b= 16380 a= -80850
b) b= -32175 a= -100793

5. Determina si existe un polinomio que cumpla la igualdad siguiente. Justifica tu respuesta. En su caso, encuéntralo

$$\left(x^3-7x+7\right)^2 p(x)-\left(21x^4+4x^3-135x^2+150x-39\right)=x^7-x^6-14x^5+7x^4+31x^3-12x^2-3x-10$$

6. Dado el polinomio $p(x)=x^3-(2a+1)x^2+a(a+2)x-a(a+1)$ y sabiendo que ***(a + 1)*** es raíz encuentra las raíces restantes.

7. Dados ***p(x)*** y ***g(x)*** encuentra ***q(x)*** y ***r(x)*** tales que $p(x)=g(x)q(x)+r(x)$

   $a)\quad p(x)=5x^7+9x^6-3x^5+2x^3-6x+2 \qquad g(x)=x^3+2x^2-4x+1$

   $b)\quad p(x)=-3x^5+4x^6-2x^3+2x^2+x-1 \qquad g(x)=x^2-x+5$

8. Determina si ***g(x)*** es factor de ***p(x)***

   $a)\quad p(x)=6x^4-7x^3+8x^2-7x+2 \qquad g(x)=x-\dfrac{2}{5}$

   $b)\quad p(x)=x^3-x^2-7x+3 \qquad g(x)=x-3$

9. Calcula el valor de ***p(x)*** en el ***c*** que se indica

   $a)\quad p(x)=3x^3-26x^2+34x-12 \qquad c_1=\dfrac{2}{3} \quad c_2=1$

   $b)\quad p(x)=x^5+5x^4-26x^3-97x^2-101x-70 \qquad c_1=2,\ c_2=-2\ ,\ c_3=5$

10. Determina si el valor de ***c*** dado, es o no raíz de ***p(x)***. De serlo, factoriza el polinomio en producto de los factores lineales correspondientes.

$a)\quad p(x)=6x^4-7x^3+8x^2-7x+2 \qquad c_1=\dfrac{1}{2},\ c_2=\dfrac{2}{3}$

$b)\quad p(x)=25x^4-70x^3-126x^2+414x-243 \qquad c_1=3 \quad y \quad c_2=1$

$c)\quad p(x)=x^5+x^4-20x^3-44x^2-21x-45 \qquad c_1=3, \quad c_2=-5 \ \ y \ \ c_3=i$

11. Dado el polinomio $p(x)=x^3-(2a+1)x^2+a(a+2)x-a(a+1)$ y sabiendo que ***(a + 1)*** es raíz encuentra las raíces restantes.

12. Determine si existe un polinomio de menor grado que tiene a $c_1 = 0,\ c_2 = 2,\ c_3 = -3$ como raíces y toma los valores de ***1*** y ***-1*** cuando $x = -1\ y\ \ x = 1$

13. Determinar para qué valores de m la recta $y = -x + m$:

a. Corta a la elipse $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$;

b. Es tangente a ella;

c. Pasa fuera de esta elipse.

14. Considere la recta $y = 2x + 1$ y el punto $A(3,4)$. Determine dos puntos sobre la recta de tal manera que formen con el punto A un triángulo equilátero.

15. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano, P(x, y), tales que el triángulo ABP sea rectángulo en P, siendo A(2, 1) y B(6, 1). Interpreta la figura que obtienes.

16. En cierto cultivo de bacterias, la velocidad de crecimiento de la población es proporcional al cuadrado de la población presente.

a. Si la población después de tres horas es de 10^4 individuos y al cabo de dos horas más es de 4 x 10^4 individuos, calcular cuántos individuos había en un principio.

b. Sabiendo que después de 4 horas la población se ha duplicado, ¿cuál será la población presente al cabo de 6 horas?

17. Calcula los valores de la constante $\mu \in R$ que hacen que la ecuación diferencial: $x' = (\mu + cos^2 t)x$ Tenga una solución periódica (con periodo π) no trivial.

18. Dadas dos funciones f, g derivables, sabemos que la identidad $(fg)' = f'g'$ es falsa en general. Si fijamos $f(x) = e^{x^3+2x}$, determina las funciones g que verifica dicha identidad.

19. Un punto A qué parte del origen de coordenadas avanza sobre el eje y a velocidad constante, al mismo momento que empieza a avanzar el punto A, otro punto B parte del punto (0,5) sale con dirección al punto A a la misma velocidad que éste. Plantee una ecuación diferencial que modele esta situación.

20. Resolver la siguiente ecuación matricial $\left(A + 3\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}\right)^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$.

21. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas (justifique su respuesta)
    a) Si $A \neq 0$ es una matriz cuadrada, entonces A es invertible.
    b) Si A y B son invertible, entonces $A+B$ es invertible.
    c) Si A y B son invertible, entonces $\left(A^{1}B\right)^{T}$ es invertible.
    d) Si $A^{4}=3I$, entonces A es invertible.
    e) Si $A^{2}=A$ y $A \neq 0$, entonces A es invertible.
    f) Si $AB=B$ para alguna matriz $B \neq 0$, entonces A es invertible.
    g) Si A es invertible y antisimétrica $\left(A^{T}=-A\right)$, también es antisimétrica A^{-1}.

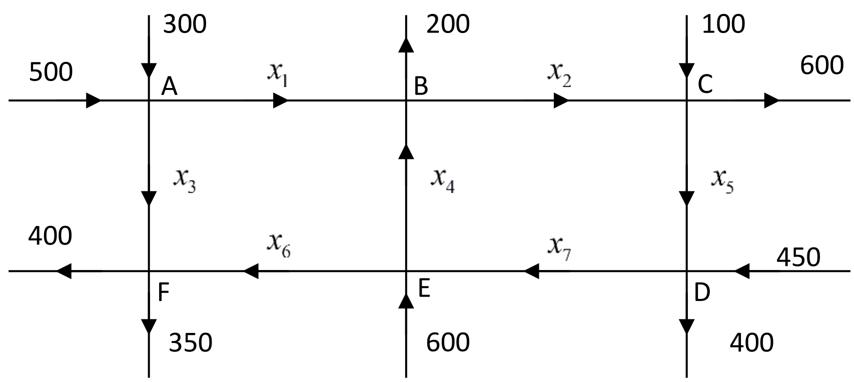
22. Estudiar la solución de los siguientes sistemas, en función de los parámetros *a* y *b*

a) $$\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ x + ay + z &= a \\ x + y + az &= a^{2} \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} -ax + y + 2z &= 0 \\ x \qquad\quad + z &= b \\ -ax + 2y + abz &= a \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} x + y + z &= 8 \\ ax + 2y + bz &= 4 \\ ax + by + az &= 4 \end{aligned}$$

23. Considere la siguiente red de calles de una dirección

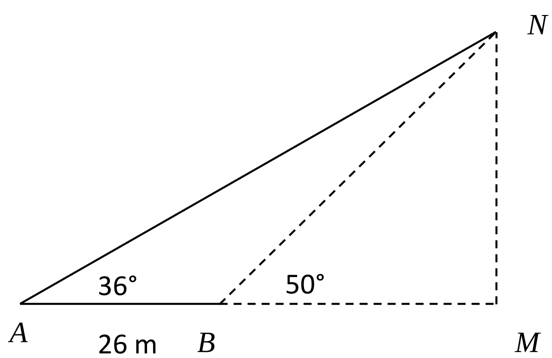


Los números indican la cantidad de coches/hora que pasan por ese punto. Las variables $x_1, x_2, \ldots, x_7$, representan el número de coches/hora que pasan por las intersecciones. Suponiendo que en las calles está prohibido aparcar, ¿Qué valores tomarán las variables $x_1, x_2, \ldots, x_7$ en los siguientes casos?

a) Hay obras es la calle de D a E y por tanto queremos que en ese tramo el tráfico sea mínimo.
b) Análogamente, hay obras en la calle de D a F.

24. a) El coseno de un ángulo es la cuarta parte de la secante del mismo ángulo. ¿Cuántos grados mide este ángulo?
    b) Si el coseno de un ángulo se multiplica por 2, se obtiene la secante del mismo ángulo. ¿De qué ángulo se trata?
    c) Dividiendo la cotangente de un ángulo entre 3, resulta la tangente del mismo ángulo. ¿De qué ángulo se trata?

25. El pie de una columna *MN* está rodeado de varios grupos de estatuas. Con el objeto de obtener la altura de dicho monumento, a partir de cierto punto *A* se ha medido una distancia *AB* de 26m, situada en el plano vertical MNA, y los ángulos de elevación $MAN = 36^\circ$ y $MBN = 50^\circ$. Calcúlese la altura de la columna.



26. Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas
    a) $3\tan(a) + 3\cot(a) = 4\sqrt{3}$
    b) $2sen(a) + \cos^2(a) = \frac{7}{4}$

27. En una tienda departamental ofrecen cada fin de mes varios descuentos en sus productos: si la compra es superior a \$100.00 pero menor a \$500.00 se les da una promoción del 10%, si la compra va de \$500.00 y menos de \$1000.00 el descuento alcanza el 30%, para compras superiores a \$1000.00 el descuento es del 50%.
    a) Obtén la expresión de una función qué con sólo saber el total del consumo, indique la cantidad por pagar.
    b) Explica que tipo de función (lineal, no lineal, periódica, exponencial, logarítmica, etc…) modela la situación.
    c) Determina el dominio y rango de la función y bosqueja la gráfica correspondiente a la función propuesta.

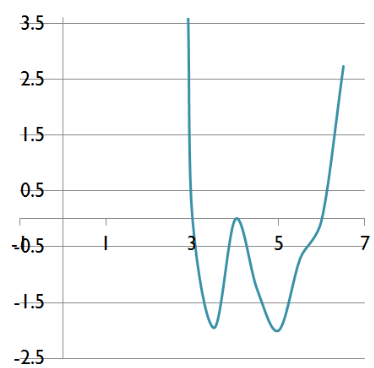
d) Explica ampliamente que características matemáticas cumple la función (continua, discontinua, creciente, decreciente, inyectiva, sobreyectiva) y su interpretación dentro del fenómeno modelizado.
e) El límite que tipo de información podría darte respecto al comportamiento del fenómeno.

28. El gerente de un taller de artesanías, después de llevar el registro de sus ventas, estima que el ingreso por la venta de 0 a 80 piezas de un tipo de vasija está dado por la función: $I(x) = 50x - x^2$ donde x representa el número de vasijas vendidas. Mientras que el costo de producción de cada vasija puede calcularse con la función $C(x) = 400 - 25x$. Con base en esta información encontrar la siguiente información:
a) Determina una función que modele las ganancias en la venta de artesanías.
b) Grafica en un mismo plano cartesiano las funciones de ingresos, costos y ganancias. Explica ampliamente las interpretaciones de las intersecciones entre éstas gráficas dentro del problema que se está modelando.
c) ¿Cuándo se obtiene la máxima ganancia y cuál es?

29. Dada $f(x) = \sqrt{x}$ bosqueja las gráficas de las nuevas funciones, determinando en cada una su dominio y rango, considerando que c es cualquier número real (constante)

a) $f(x) + c$ b) $f(x - c)$ c) $f(cx)$ d) $cf(x)$ e) $f(|x|)$ f) $|f(x)|$

30. Dada la siguiente gráfica proponer una función que la modele. Argumenta ampliamente los criterios o medios que utilizaste en tu respuesta.
a) Encuentra enseguida un bosquejo para la función derivada.
b) Determina los puntos máximos y mínimos, puntos de inflexión.
c) En que intervalos la función es creciente o decreciente.
d) Cuando la función es positiva y cuando negativa



31. Latas metálicas S. A. tiene un pedido para fabricar latas de 250cm^3 de capacidad. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de las latas para usar la menor cantidad de metal en su fabricación?

32. La Compañía de Tines fabrica calcetas deportivas de algodón. La producción está parcialmente automatizada con robots. La cantidad de pares de calcetas que puede fabricar la empresa en un día se representa con una fórmula de producción de Cobb-Douglas: $q = 50n^{0.6}r^{0.4}$ donde q es la cantidad de pares de calcetas que pueden fabricar n operarios y r robots. La empresa fabrica actualmente 1000 pares de calcetas al día y emplea 20 operarios. Cada mes instala un nuevo robot en la línea de producción. ¿Cuál es la tasa de liquidación de operarios, suponiendo que la producción diaria permanece constante?

33. Mi asesor financiero pronostica que las ventas anuales de las camisetas SUPERYO continuarán disminuyendo 10% cada año. En la actualidad tengo en existencia 3200 camisetas y estoy vendiendo 200 al año. ¿Acabaré de vender todas? Si decido aumentar 10 pesos el precio de las camisetas cada año y ahora vendo cada camiseta a 100 pesos. ¿Cuál es la cantidad total de ingreso que puedo esperar ganar por las ventas de mis camisetas, suponiendo los niveles de ventas mencionados anteriormente?

34. En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?

35. Un grupo, compuesto por cinco hombres y siete mujeres, forma un comité de 5 hombres y 3 mujeres. De cuántas formas puede formarse, si:
    a) Puede pertenecer a él cualquier hombre o mujer.
    b) Una mujer determinada debe pertenecer al comité.
    c) Dos hombres determinados no pueden estar en el comité.

36. Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de:

    a) Extraer las dos bolas con reemplazamiento.

    b) Sin reemplazamiento.

37. Se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas rojas, 5 blancas y 6 negras, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea roja o blanca? ¿Cuál es la probabilidad de que no sea blanca?

38. En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta:

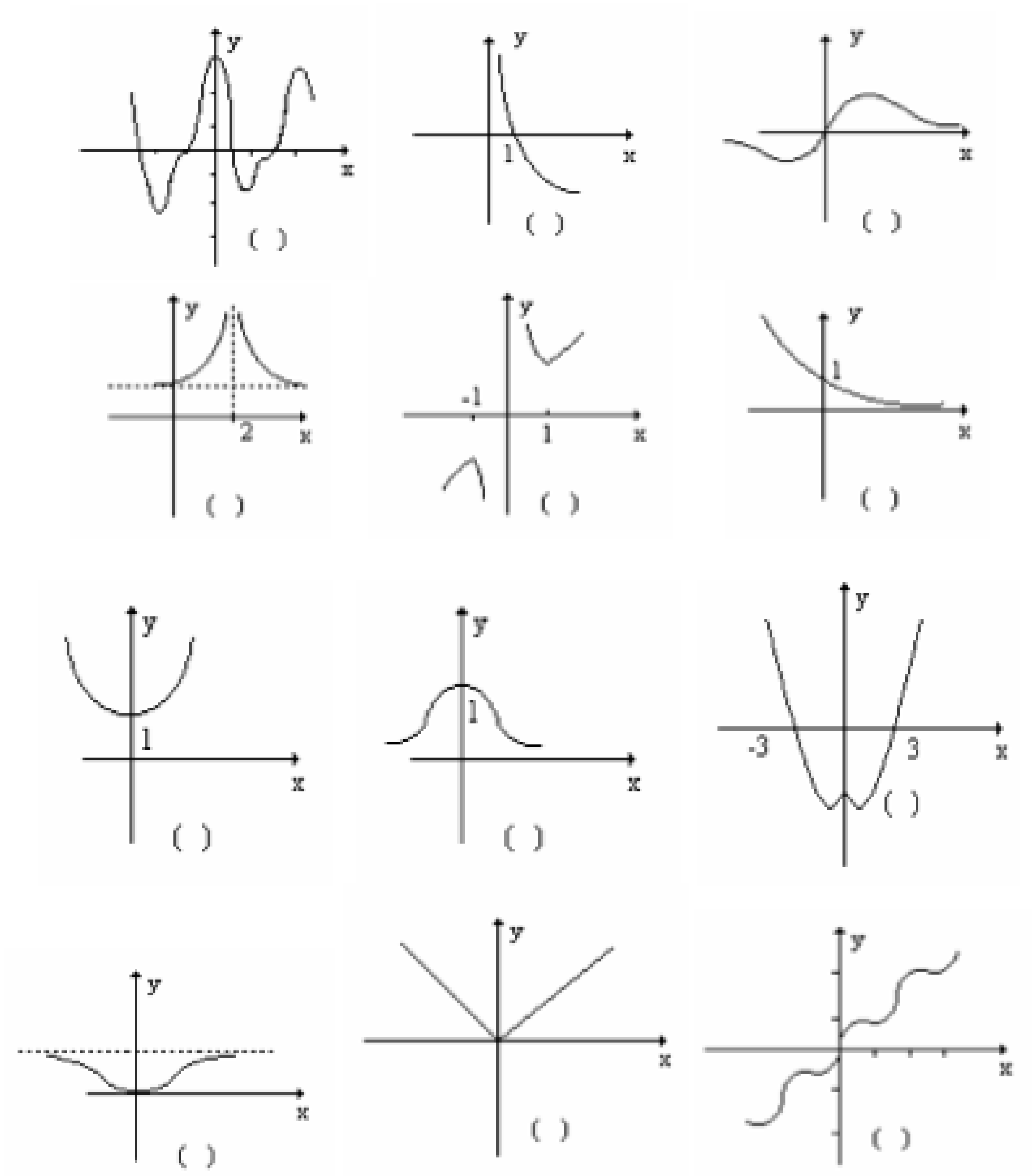
    a) Sea hombre.

    b) Sea mujer morena.

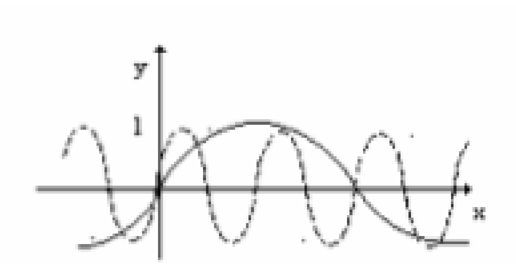
    c) Sea hombre o mujer.

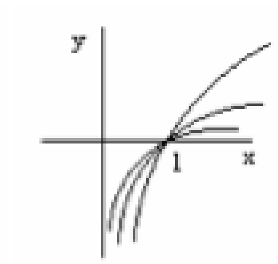
39. En los siguientes incisos se muestran una lista de expresiones algebraicas y una colección de 12 gráficas. Haz la correspondencia a cada gráfica una sola expresión analítica, elígela dentro de la lista:

(a) $y = 1 + 1 / (x - 2)^2$	(b) $y = 1 / (x + 2) + 1$
(c) $y = e^x$	(d) $y = x / (x^2 + 1)$
(e) $y = (x^2 + 1) / x$	(f) $y = x^2 + 1$
(g) $y = e^{-x}$	(h) $y = 1 / (x^2 + 1)$
(i) $y = 2\cos x + \operatorname{sen}2x$	(j) $y = x + \operatorname{sen}x$
(k) $y = x^2 - 2\|x\| - 3$	(l) $y = -\ln x$
(m) $y = \ln(-x)$	(n) $y = 1 - 1 / (x^2 + 1)$
(o) $y = \|x\|$	(p) $y = x^2 / (x + 1)$
(q) $y = \sqrt{(\operatorname{sen}x)} + \sqrt{(\cos x)}$	(r) $y = \operatorname{senh}(x - 1)$



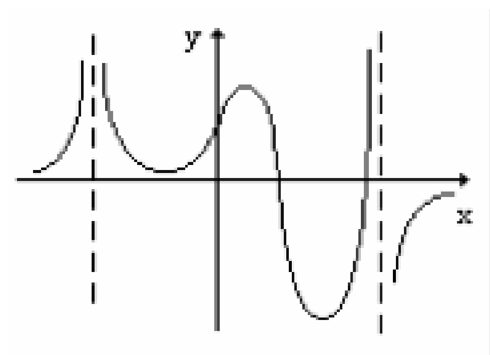
40. Enseguida aparecen dos sistemas de coordenadas con algunas curvas, para cada conjunto de curvas encuentre una posible relación funcional entre ellas. Recuerda que puede haber más de una forma de lograrlo.



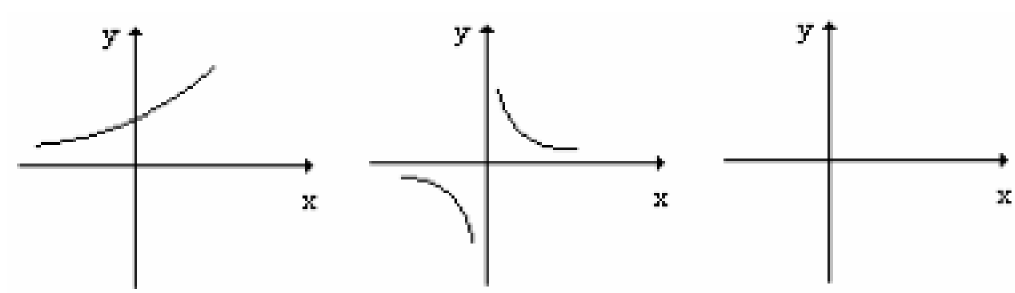


41. Dada la gráfica de $y = f(x)$, bosqueja entonces la gráfica de cada una de las funciones que se te indican

(a) $y = -f(x)$
(b) $y = f(-x)$
(c) $y = |f(x)|$
(d) $y = f(|x|)$
(e) $y = 1 / f(x)$
(f) $y = f^{1}(x)$. Sólo donde el dominio de f lo permita.
(g) Con valores numéricos concretos, elabora una expresión funcional para f.



42. Dadas las gráficas de f (x) y g(x). Construye la gráfica de la composición (f o g)(x)



43. Dadas las funciones f y g, encuentra las funciones h e i dadas por h(x) = (f o g)(x), i(x) = (g o f)(x). Esboza las gráficas de f (x), g(x), h(x) e i(x), finalmente determina el rango en todos los casos.

$$f(x)=\begin{cases} 2 & \text{si} \quad x\le 1 \\ 0 & \text{si} \quad 1<x<2 \\ -1 & \text{si} \quad 2\le x \end{cases} \quad y \quad g(x)=|x+1|$$

44. Estudia las siguientes funciones. Bosqueja lo mas completamente que te sea posible.

(a) $f(x)=\log_3\left(x^2-5x+6\right)$

(b) $f(x)=2^{1/x}$

(c) $f(x)=-2\,\mathrm{sen}\left[(x-\pi)/3\right]+5$

(d) $f(x)=\left|e-e^x\right|$

(e) $f(x)=\mathrm{arcsen}(\log x)$

(f) $f(x)=|\mathrm{sen}\,x|+|\cos x|$

(g) $f(x)=\dfrac{\mathrm{sen}\,x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}+\dfrac{\cos x}{\sqrt{1+\cot^2 x}}$

(h) $f(x)=\dfrac{1+x^2}{1+x}$

(i) $f(x)=\sqrt{5-x}+8$

(j) $f(x)=\left|x^3-3x+2\right|+|5-x|$

45. Resuelve las siguientes ecuaciones y desigualdades expresando la solución en forma de intervalos.

(a) $\dfrac{|x+5|+|x-3|}{|x+3|+|x-5|}>1$

b) $\left||3x-2|-8\right| \geq \left|\left(x-\dfrac{2}{3}\right)^2-3\right|$

(c) $\log_{\frac{1}{2}}(1+x)\log_2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\geq 1$

(d) $\left|\dfrac{3x+2}{8x+1}\right|<x+2$

(e) $\operatorname{sen} x \cos\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=0$