Examen de admisión
Maestría UAZ
Junio 2016

1. Sea V un espacio vectorial y $\varphi : V \to V$ una transformación lineal tal que $\varphi^2 = 0$. Demuestre que el rango de φ es a lo más $\frac{\dim V}{2}$.

2. Sea $x \in \mathbb{R}_{>0}$ y definamos $f(x) = \int_0^\infty \frac{\ln t}{x^2+t^2} dt$.

   (a) Calcule $f(1)$.

   (b) Calcule $f(x)$, para todo $x > 0$.

3. Sean F un campo y $A \in M_{n\times n}(F)$. Si A no es invertible encuentre una matriz $B \in M_{n\times n}(F)$, $B \neq 0$, tal que $AB = 0$.

4. Considere $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$.

   (a) Determine el dominio de f.

   (b) ¿Es f una función continua? ¿Es de clase C^1?

   (c) Determine la derivada direccional de f en el punto $(0, 1)$ en dirección a $\overline{n} = (a, b)$. ¿Para qué valores de a, b la derivada direccional alcanza un máximo?

5. Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

   Encuentre su polinomio característico, su polinomio mínimo, su determinante, su inversa y su forma canónica de Jordan J. Además encuentre la matriz S tal que $J = SAS^{-1}$.